

Objectifs :

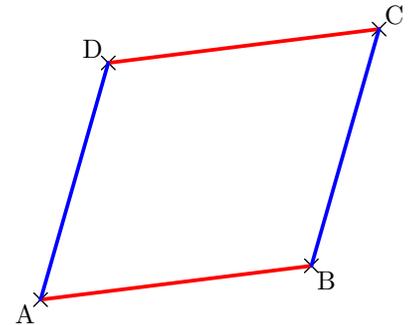
- Parallélogramme : propriétés relatives aux côtés et aux diagonales.
- Démontrer, par exemple qu'un quadrilatère est un parallélogramme, un rectangle, un losange ou un carré.

I Reconnaître un parallélogramme

Définition : parallélogramme

Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux

Ci-contre, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ; les côtés (AB) et (CD) sont parallèles, tout comme les côtés (AD) et (BC).



II Centre de symétrie d'un parallélogramme

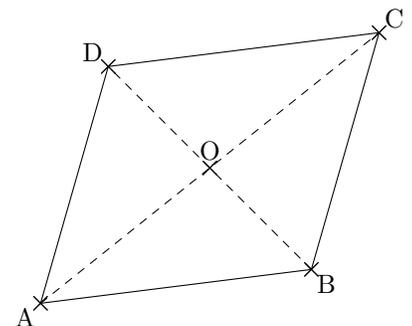
Propriété

Un **parallélogramme** a un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales

On dit que ABCD est un parallélogramme **de centre O**.

Par la symétrie de centre O :

- C est le symétrique de A
- D est le symétrique de B
- [CD] est le symétrique de [AB]
- [AD] est le symétrique de [BC]



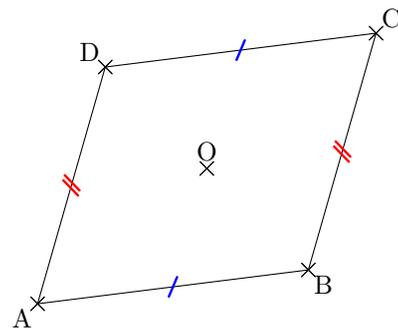
III Utiliser les propriétés d'un parallélogramme

a) propriété relative à la longueur de ses côtés

Propriété 1

Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses côtés opposés sont de la même longueur.

Les segments $[CD]$ et $[AB]$ sont symétriques par rapport au point O ; or le symétrique d'un segment est un segment de même longueur. Donc $[CD]$ et $[AB]$ ont même longueur, tout comme $[AD]$ et $[BC]$.

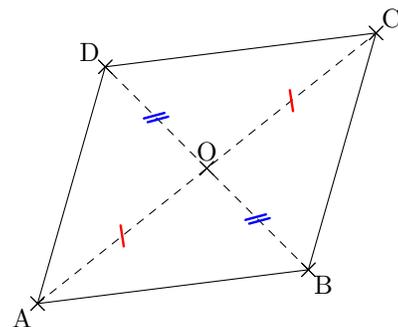


b) propriété relative aux diagonales

Propriété 2

Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses diagonales se coupent en leur milieu.

Les points A et B sont les symétriques respectifs de C et D par rapport au point O ; or dire que deux points sont symétriques par rapport au point O revient à dire que O est le milieu du segment formé par ces deux points. Donc O est le milieu de $[AC]$, et aussi celui de $[BD]$.

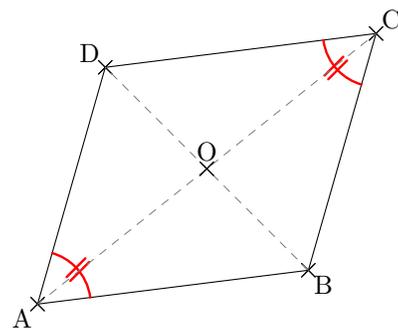


c) propriétés relative aux angles

Propriété 3

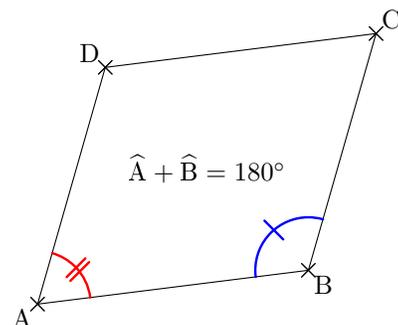
Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses angles opposés ont la même mesure.

Le symétrique de l'angle \widehat{BAD} par rapport au point O est l'angle \widehat{DCB} ; ils sont donc de même mesure



Propriété 4

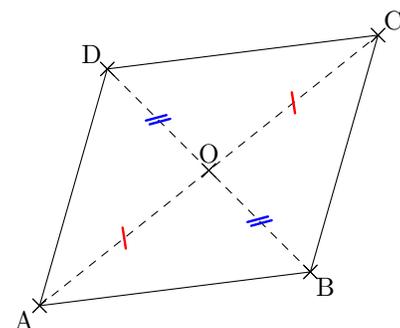
Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses angles consécutifs sont supplémentaires (c'est-à-dire que la somme de leurs mesures vaut 180°).



IV Reconnaître des quadrilatères particuliers

Propriété 5

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme.



Propriété 6

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, **alors** c'est un rectangle.

Propriété 7

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, **alors** c'est un losange.

Propriété 8

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, **alors** c'est un carré.

Pour résumer...

